

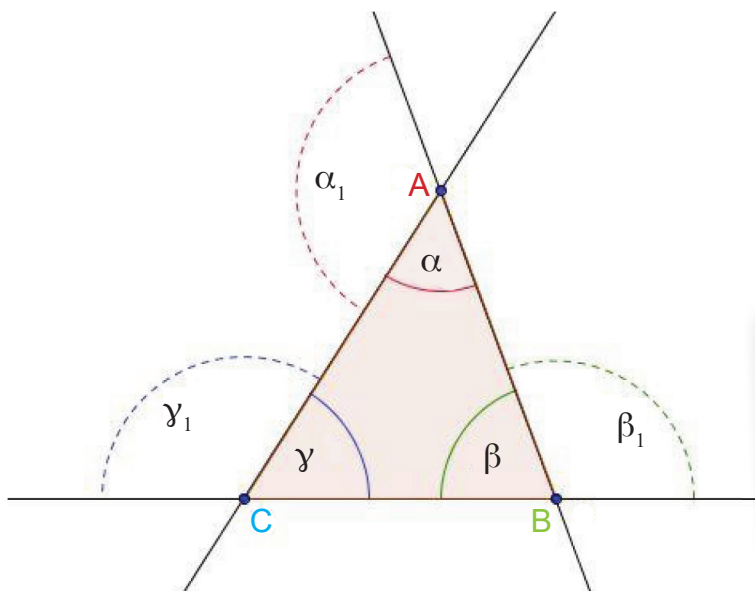
Углови троугла

Да се подсетимо неких важних чињеница везаних за углове које су раније помињане.

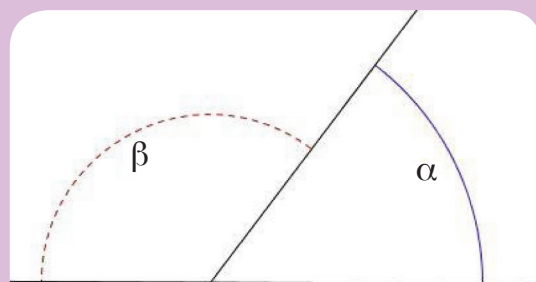
- Прва чињеница је везана за појмове суседних углова. Углови су суседни ако имају заједнички крак, а њихове области немају заједничких тачака.
- Углови су суплементни ако је њихов збир 180° .
- Углови су комплементни ако је њихов збир 90° .
- Углови који имају паралелне краке или су суплементни или једнаки.
- Углови који имају нормалне краке такође су суплементни или једнаки.
- Трансверзала је права која сече две праве у равни (које могу бити и паралелне). Одговарајући углови на трансверзали или су једнаки или суплементни.

Троугао има унутрашње углове, али ако странице троугла продужимо, добијамо и спољашње углове троугла.

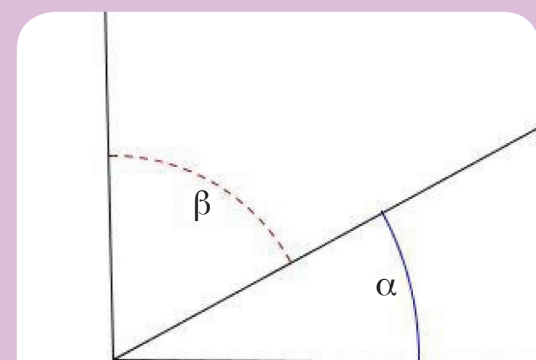
На слици су означени унутрашњи углови α , β , γ , али и спољашњи углови α_1 , β_1 , γ_1 .



2 ТРОУГАО



Упоредни углови



Комплементни углови

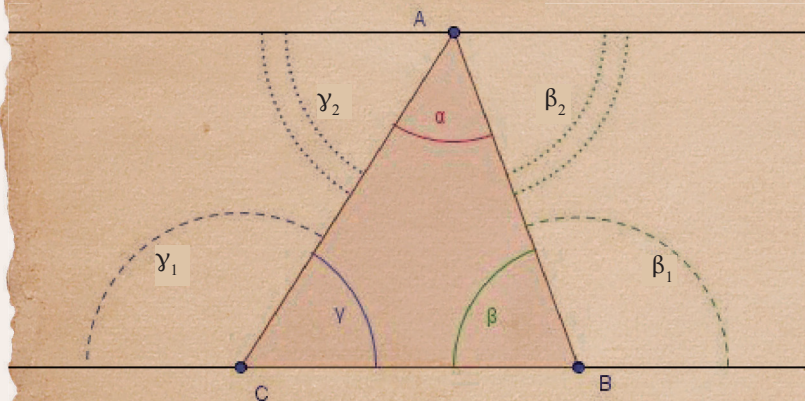


$$\begin{aligned}\alpha + \alpha_1 &= 180^\circ \\ \beta + \beta_1 &= 180^\circ \\ \gamma + \gamma_1 &= 180^\circ\end{aligned}$$



Међу унутрашњим угловима постоји веза. Ова веза је била узрок многих математичких полемика и истраживања. Још је **Еуклид** у свом делу „Елементи“ објашњавао шта повезује унутрашње углове троугла.

Да би то било објашњено, потребно је да посматрамо слику на којој је кроз тачку А нацртана права паралелна са правом ВС. Тада код тачке А уочавамо три угла. Они су означени са α , γ_2 и β_2 . Пошто права АС сече две паралелне праве, као и права АВ, онда су оне трансверзале, па су углови γ_2 и γ , као и β_2 и β једнаки. Пошто углови α , γ_2 и β_2 дају заједно 180° , тада је јасан закључак да је збир унутрашњих углова троугла 180° .



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Из ове везе међу унутрашњим угловима произилазе разне корисне и важне особине.

Збир спољашњих углова добија се на следећи начин. Знамо да важи:

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ,$$

$$\beta + \beta_1 = 180^\circ,$$

$$\gamma + \gamma_1 = 180^\circ.$$

Ако саберемо све ове углове

$$\alpha + \beta + \gamma + \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ$$

пошто је $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, тада се добија

$$180^\circ + \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 540^\circ$$

Одавде се јасно види да је $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$.

Збир спољашњих углова троугла износи 360° .

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$$



Пронађи више информација о Еуклиду и његовом делу.

Пошто је $\alpha + \alpha_1 = 180^\circ$,

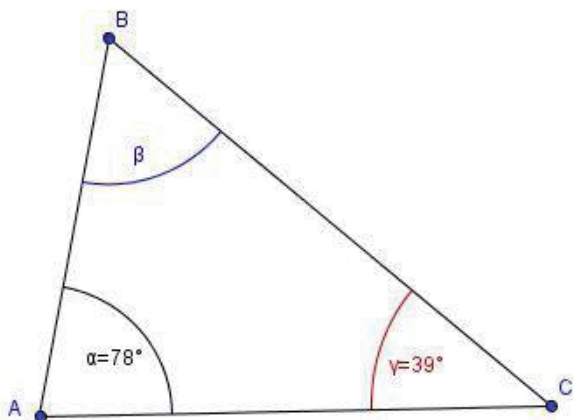
такође је $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, тада једноставним упоређивањем долазимо до закључка да је $\alpha_1 = \beta + \gamma$.

Спољашњи угао је једнак збиру два несуседна унутрашња угла.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \beta + \gamma \\ \beta_1 &= \alpha + \gamma \\ \gamma_1 &= \alpha + \beta\end{aligned}$$

Пример

Одреди углове на слици:



Слика није сразмерна правим величинама

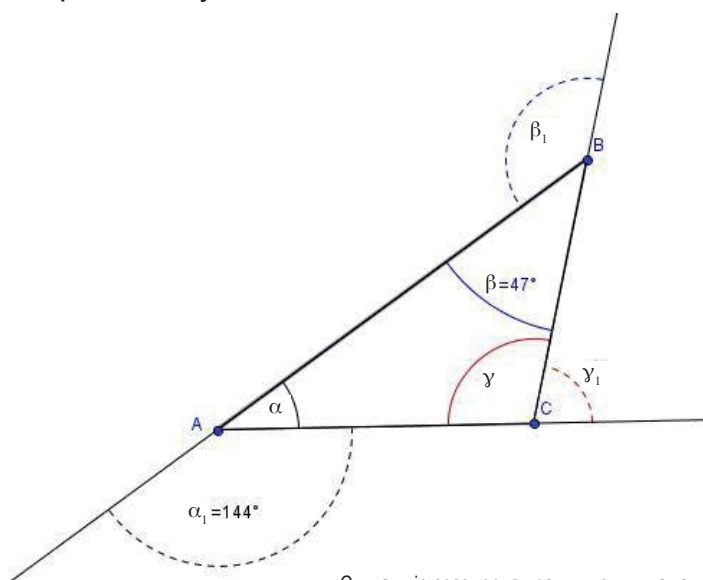
Пошто су дати углови α и γ , онда је потребно одредити угао β .

Трећи угао троугла добија се тако што се од 180° одузме збир два позната угла:

$$\begin{aligned}\beta &= 180^\circ - (\alpha + \gamma) \\ \beta &= 180^\circ - (78^\circ + 39^\circ) \\ \beta &= 180^\circ - 117^\circ \\ \beta &= 63^\circ\end{aligned}$$

Пример

Одреди све углове на слици:



Слика није сразмерна правим величинама

Пошто знамо спољашњи угао α_1 , онда одређујемо угао

$$\begin{aligned}\alpha &= 180^\circ - \alpha_1 \\ \alpha &= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ.\end{aligned}$$

Исто тако је и $\beta_1 = 180^\circ - \beta$

$$\beta_1 = 180^\circ - 47^\circ = 133^\circ.$$

Пошто знамо углове $\alpha = 36^\circ$ и $\beta = 47^\circ$, тада одређујемо угао γ .

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ - (\alpha + \beta) \\ \gamma &= 180^\circ - (36^\circ + 47^\circ) = 180^\circ - 83^\circ \\ \gamma &= 97^\circ.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Затим је } \gamma_1 &= 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 97^\circ \\ \gamma_1 &= 83^\circ.\end{aligned}$$

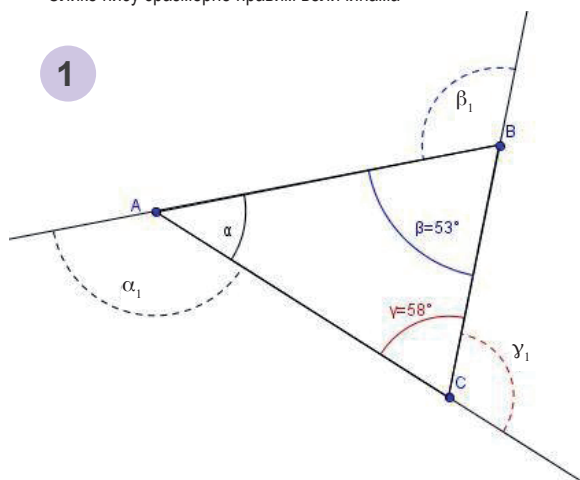


Задатак

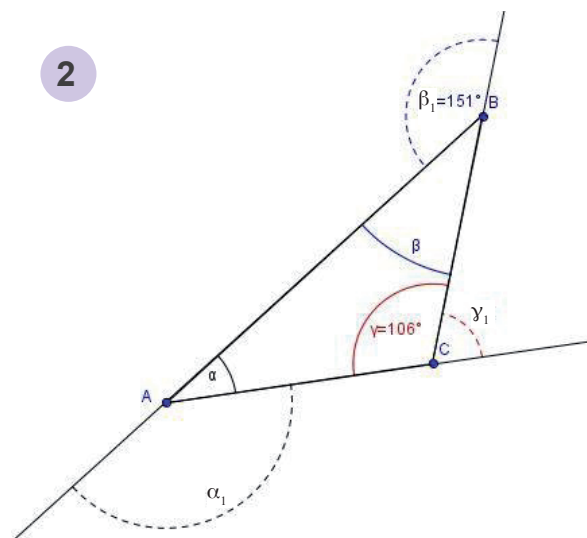
Одреди углове са слике:

Слике нису сразмерне правим величинама

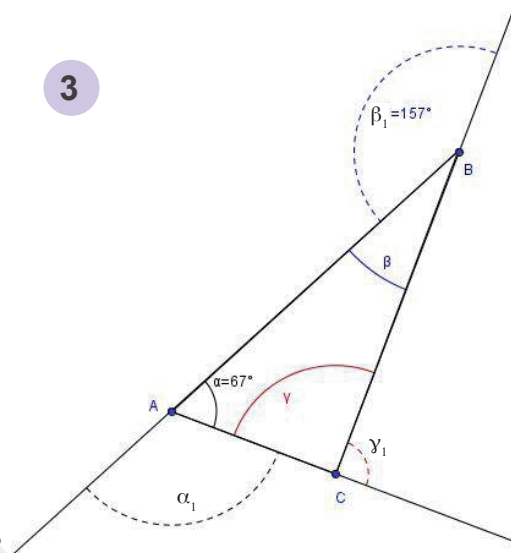
1



2



3



Решење:

[illegible]